Ayudantía 09
Otros sistemas coordenados (parte 2)

1. Coordenadas esféricas

Consideremos un punto P en el espacio. Supongamos que en un sistema cartesiano XYZ, dicho punto tiene coordenadas (x, y, z). A continuación le asociamos a P **coordenadas esféricas** como sigue:

(i). ρ: es la distancia del punto P al origen del sistema XYZ.

(ii). θ: es el ángulo dirigido[1] formado por la parte positiva del eje X y la semirecta que pasa por el origen y el punto en el que se proyecta P sobre el plano XY (es decir, el punto con coordenadas $(x, y, 0)$).

(iii). φ: es el ángulo dirigido que forman la parte positiva del eje Z y la semirecta que pasa por el origen y el punto P como se muestra en la Figura 1.

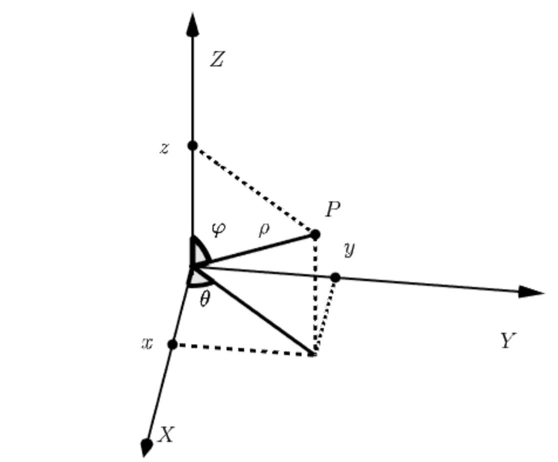

Figura 1: Coordenadas esféricas.

Dado lo anterior, las coordenadas cartesianas (x, y, z) y las coordenas esféricas de un punto P están relacionadas por las siguientes ecuaciones:

$$x = \rho\cos(\theta)\operatorname{sen}(\varphi), \qquad y = \rho\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\varphi) \qquad \text{y} \qquad z = \rho\cos(\varphi).$$

Observación 1. Por la manera en la cual se suele medir el ángulo θ, en realidad nos basta con considerar $0 \leq \theta < 2\pi$, en manera similar al caso de las coordenadas polares o las coordenadas cilíndricas. Sin embargo, como ya se mencionó, es posible utilizar ángulos negativos o mayores a 2π.

Observación 2. Es importante notar que el ángulo φ está medido respecto al eje Z, por lo cual, nos basta con considerar $0 \leq \varphi \leq \pi$. Además, no debe confundirse con otras convenciones posibles (como el medir el ángulo respecto al eje X).

[1] Esto significa que se permiten los ángulos negativos.